

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



# تجزیه و تحلیل استاتیک ترسیمی

تالیف

یحیی چوپانی

(کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)

انتشارات قانون یار

۱۳۹۶

سرشناسه	: چوپانی، یحیی، ۱۳۶۵ -
عنوان و نام پدیدآور	: تجزیه و تحلیل استاتیک ترسیمی/تالیف یحیی چوپانی.
مشخصات نشر	: تهران: انتشارات قانون یار، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۱۰۴ص.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۸۷۹۶-۰۴-۶
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۱۰۳.
موضوع	: استاتیک -- مسائل، تمرینها و غیره
موضوع	: Statics -- Problems, exercises, etc
موضوع	: مکانیک عملی -- مسائل، تمرینها و غیره
موضوع	: Mechanics, Applied -- Problems, exercises, etc
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۶ ت ۳ ۹ ج/ TA۳۵۱
رده بندی دیویی	: ۱۰۳/۶۲۰
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۶۹۹۴۳

## انتشارات قانون یار

### تجزیه و تحلیل استاتیک ترسیمی

تألیف: یحیی چوپانی

ناشر: قانون یار

ناظر فنی: محسن فاضلی

نوبت چاپ: اول - ۱۳۹۶

شمارگان: ۱۱۰۰ جلد

قیمت: ۱۵۰۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۸۷۹۶-۰۴-۶

مرکز پخش: تهران، میدان انقلاب، خ منیری جاوید، پلاک ۹۲

تلفن: ۶۶۹۷۳۹۶۰ کتابفروشی رسولی (چراغ دانش سابق)

## مقدمه

در سال ۱۹۴۰ میلادی مهندسین عمران برای حل سازه‌های مهندسی از روش استاتیک ترسیمی استفاده کردند؛ زیرا این روش یک راه‌حل منحصر به فرد برای تجزیه و تحلیل سازه‌های مهندسی می‌باشد. همچنین، بسیاری از مسائل مکانیک برای حل آن‌ها نیاز به توسعه روابط پیچیده دارند که برای دانشجویان کار دشوار و وقت‌گیری می‌باشد. جهت پاسخ‌گویی به این نیازها و بهبود بخشیدن به درک دانشجویان و مهندسان نسبت به این گونه مسائل، استاتیک ترسیمی رشد و توسعه یافته است.

استاتیک ترسیمی (Graphical Statics) یک روش استاندارد برای حل مسائل مکانیکی است که اساس آن بر مبنای قوانین هندسی می‌باشد و یک ابزار مفید برای تجسم کردن مسائل پیچیده مهندسی است. این روش جایگزین روش‌های مدرن تحلیلی می‌باشد و برای حل مسائلی نظیر برآیند و نقطه اثر نیروها، تعیین مرکز ثقل اجسام، محاسبه خراباها، تجزیه و تحلیل تیرها، تحلیل تنش و ... استفاده می‌شود. شایان ذکر است که استاتیک ترسیمی بدون استفاده از معادله‌های تعادل انجام شده و زمان حل مسئله به طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد. همچنین، تمامی تحلیل‌ها با استفاده از روش ترسیمی انجام می‌شود که با نتایج تحلیلی صد درصد هم‌خوانی دارد. این کتاب برگرفته شده از پایان‌نامه کاردانی به کارشناسی اینجانب می‌باشد و بر اساس عناوینی که از طرف وزارت آموزش، تحقیقات و فناوری برای درس استاتیک رشته‌های مهندسی مکانیک، مهندسی عمران و دیگر رشته‌های مهندسی ارائه گردیده تنظیم و تدوین شده است. این مجموعه بر آن است تا مفاهیم مرتبط با این موضوعات را به شکلی ساده و روان به صورت بصری به خوانندگان منتقل کند. همچنین، مطالعه این کتاب و فراگیری روش‌های ترسیمی که ارائه شده، می‌تواند کمک چشم‌گیری به درک خوانندگان در زمینه استاتیک بکند و از این کتاب به عنوان مکمل درس استاتیک تحلیلی استفاده گردد.

کتاب حاضر مشتمل بر چهار فصل است که با بیان برآیند و نقطه اثر نیروها آغاز می‌شود و سپس به تحلیل تیرها، نحوه بارگذاری و تغییر شکل آن می‌پردازد. در ادامه، مرکز ثقل مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در نهایت کتاب با تجزیه و تحلیل سازه‌ها با استفاده از روش



ترسیمی به پایان می‌رسد. همچنین، تمامی اشکال در این کتاب با دقت زیاد ترسیم شده و از نرم‌افزار اتوکد استفاده شده است. بدیهی است اولین کسی که می‌بایست با کمال خضوع و از اعماق وجود از او تشکر کرد، خدای عزوجل است که توانایی تدوین و جمع‌آوری این کتاب را به اینجانب عطا فرموده است. از محضر پدر و مادر عزیزم به خاطر همه‌ی تلاش‌های محبت‌آمیزی که در دوران زندگی‌ام انجام داده‌اند، بی‌نهایت سپاسگزارم. همچنین، از اساتید فاضل و اندیشمند جناب آقای دکتر رضا رشیدی و جناب آقای مهندس حسین خلیل الهی که همواره اینجانب را مورد لطف و محبت خود قرار داده‌اند، کمال تشکر را دارم. امیدوارم خوانندگان این کتاب به ویژه دانشجویان مهندسی مکانیک از یادگیری استاتیک ترسیمی نهایت لذت را ببرند و بتوانند به عنوان یک مکمل آموزشی استفاده کنند. در پایان، از دایی عزیز و دلسوزم جناب آقای دکتر برهان دارابی که در طی این سال‌ها از هیچ‌گونه حمایت و راهنمایی دریغ نکردند، نهایت تشکر و سپاس را دارم. همچنین، از تلاش‌های زایدالوصف جناب آقای بهنام اسدی که زحمت ویرایش و چاپ را متقبل شدند بسیار سپاسگزارم.

**یحیی چوپانی**

**کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک**

**بهار ۱۳۹۶**

## فهرست مطالب

۹	..... فصل اول
۹	..... نیرو
۴۱	..... فصل دوم
۴۱	..... تیرها
۶۱	..... فصل سوم
۶۱	..... مرکز ثقل اجسام
۷۵	..... فصل ۴
۷۵	..... خرپا (سازه)
۱۰۳	..... مراجع





# فصل اول

نیرو



## ۱-۱- مقدمه

در این فصل و در فصل‌های بعدی، اثرات نیروهایی را مطالعه می‌شود که بر سازه‌ها، تیرها و ... وارد می‌شوند، روش‌های که در این مرحله فرامی‌گیرید، توانایی‌های شما را در مطالعه مکانیک و موضوعات دیگری نظیر تحلیل نیروهای وارد بر سازه‌ها، تیرها و ... می‌افزاید. در این فصل نه تنها برای مبحث استاتیک بلکه برای مباحث دیگر مکانیک یک دید اساسی ایجاد می‌کند و بایستی کاملاً درک شود.

## ۱-۲- نیرو

نیرو به عنوان عمل یک جسم بر روی جسمی دیگر تعریف شده است. نیرو یک کمیت برداری است؛ زیرا که اثر آن نه تنها وابسته به مقدار، بلکه وابسته راستای کنش مزبور آن نیز می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است، کنش یک نیرو با مقدار، راستا و نقطه اثر آن مشخص می‌شود که در این صورت است که آن را به عنوان یک بردار ثابت در نظر گرفته می‌شود [۱].

بردار از لحاظ ترسیمی دارای چهار ویژگی زیر می‌باشد:

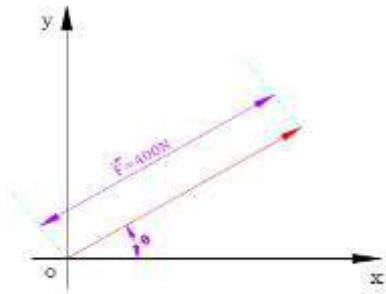
۱- نقطه اثر بردار

۲- جهت بردار را با استفاده از نوک پیکان نمایش می‌دهند.

۳- راستای نیرو را خط اثر و جهت نیرو مشخص می‌کند که خط اثر همان خط راست است و جهت نامحدودی است که نیرو در امتداد آن وارد می‌شود. همچنین، مشخصه‌اش زاویه‌ای است که با یک محور ثابت می‌سازد.

۴- مقدار بردار یا بزرگی نیرو را با عددی از یکاها مشخص می‌شود که با توجه به مقیاس داده و متناسب با کاغذ نشان داده می‌شود.

خود نیرو را با یک پاره خط بر روی خط اثر نشان داده می‌شود که با استفاده از یک مقیاس مناسب و با توجه به کاغذ مورد استفاده نمایش داده می‌شود. مثلاً برای نیروی  $F = 400\text{N}$  به ازای هر ۱ سانتی‌متر ۱۰۰ نیوتن در نظر گرفته خواهد شد (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱: نمایش نیرو

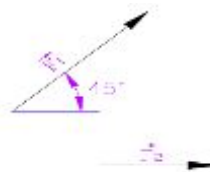
بر اساس اصول مکانیک در مبحث بردارها مواردی خواهیم داشت:

- (۱) برداری که برای نمایش دادن نیروی وارد بر یک ذره معین به کار می رود و نقطه اثر کاملاً مشخصی دارد که همان خود ذره است، چنین برداری را بردار ثابت یا مقید می نامند.
- (۲) بردارهای که می توانند به طور آزادانه در فضا حرکت کنند به چنین بردارهای بردار آزاد می گویند. مثل کمیت های فیزیکی، کوپل یا زوج نیرو.
- (۳) بردارهای که بتوان آن ها را در امتداد خط اثرشان حرکت داد یا لغزاند، این بردارها به بردارهای لغزان معروف هستند. کمیت های فیزیکی مثل نیروهای وارد بر یک جسم صلب.
- (۴) بردارهای که بزرگی و راستای یکسان داشته باشند نقطه اثرهایشان یکی هم نباشد را بردار همسنگ (برابر) می نامند.

بنابراین بر اساس تعریف های که شد، نیرو را در حل ترسیمی می توان یک بردار لغزان در نظر گرفته شود. همچنین، نیرو را با واحدهای از قبیل دین، نیوتن، کیلوگرم و پوند و به ترتیب علائم اختصاری  $lb, kgrf, N, dyn$  نمایش می دهند.

### ۱-۳- برآیند یا جمع دو نیرو (جمع دو بردار)

دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  مطابق (شکل ۱-۲) را در نظر گرفته می شود:

شکل ۱-۲: دو نیرو  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$ 

همان طور که در شکل (۱-۲) مشاهده می‌شود برآیند این دو نیرو  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به دو روش متوازی‌الاضلاع و مثلث امکان‌پذیر است که در ادامه هر کدام را توضیح خواهیم داد:

### ۱-۳-۱- روش متوازی‌الاضلاع

در این روش برای به دست آوردن برآیند دو نیرو ابتدا نقطه مناسبی مانند  $A$  برای شروع در نظر گرفته خواهد شد و سپس از نقطه  $A$  همسنگ نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  را رسم می‌شوند. از انتها نیرو  $\vec{F}_1$  خطی به صورت خط چین و موازی با نیرو  $\vec{F}_2$  رسم کرده و از انتها نیرو  $\vec{F}_2$  خطی به صورت خط چین و موازی با نیرو  $\vec{F}_1$  رسم شده است که این خطوط همدیگر را در نقطه‌ای قطع می‌کنند. در این صورت قطری از نقطه شروع  $A$  به محل تلاقی دو خط چین رسم کرده که مقدار برآیند بین دو نیرو  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  را مشخص می‌کند که آن را با  $\vec{R}$  نشان داده شده است و برآیند دو نیرو به صورت  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  نوشته می‌شود (شکل ۱-۳) [۲].



شکل ۱-۳: روش متوازی‌الاضلاع

توجه داشته باشید که متوازی‌الاضلاع حاصل از بردارهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  بستگی به ترتیب انتخاب آن‌ها ندارد، در نتیجه جمع این دو بردار جا به جا پذیر است و به صورت زیر نوشته می‌شود:

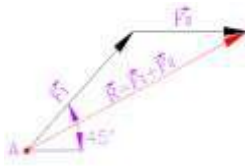
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$$

(۱-۱)



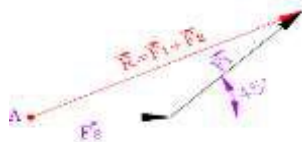
### ۱-۳-۲- روش مثلث

همان طور که در شکل (۴-۱) نشان داده شده است برای جمع دو نیرو ابتدا نقطه مناسبی مانند  $A$  انتخاب خواهد شد سپس با توجه به جهت و راستای نیروها آن‌ها را به دنبال همدیگر رسم می‌شوند. در این صورت قطری از نقطه شروع  $A$  به آخر نیرو  $\vec{F}_2$  رسم کرده که مقدار برآیند بین دو نیرو  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  را مشخص می‌کند که آن را با  $\vec{R}$  نمایش می‌دهند و برآیند دو نیرو به صورت  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  نوشته می‌شود (شکل ۴-۱).



شکل ۴-۱: روش مثلث

شایان ذکر است که مجموع دو بردار  $F_1$  و  $F_2$  را می‌شود با رسم بردارهای  $F_1$  و  $F_2$  به شیوه سر به دم، و بعد اتصال دم بردار  $F_1$  به سر بردار  $F_2$  به دست آورد. همان طور که در شکل (۵-۱) مشاهده می‌گردد نصف دیگر متوازی‌الاضلاع رسم شده است که همان نتیجه قبلی به دست آمده است. در نتیجه جمع برداری جا به جا پذیر است [۲].



شکل ۵-۱: روش مثلث

قابل تأمل است که منفی یک بردار معین  $F$  بنا به تعریف، برداری است که بزرگی‌اش برابر با  $F$  و جهتش مخالف جهت  $F$  باشد و منفی بردار  $F$  را با نماد  $-F$  نشان داده می‌شود. در شکل (۶-۱) واضح است که بردارهای  $F$  و  $-F$  را معمولاً بردارهای برابر و مخالف، یا بردارهای قرینه می‌گویند.

$$F + (-F) = 0 \quad (۲-۱)$$